2) A_R^B $\quad \text{ROT}(x,-90^\circ) \times \text{ROT}(z,-90^\circ)$

$$A_R^B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\vec{O}_R^B$

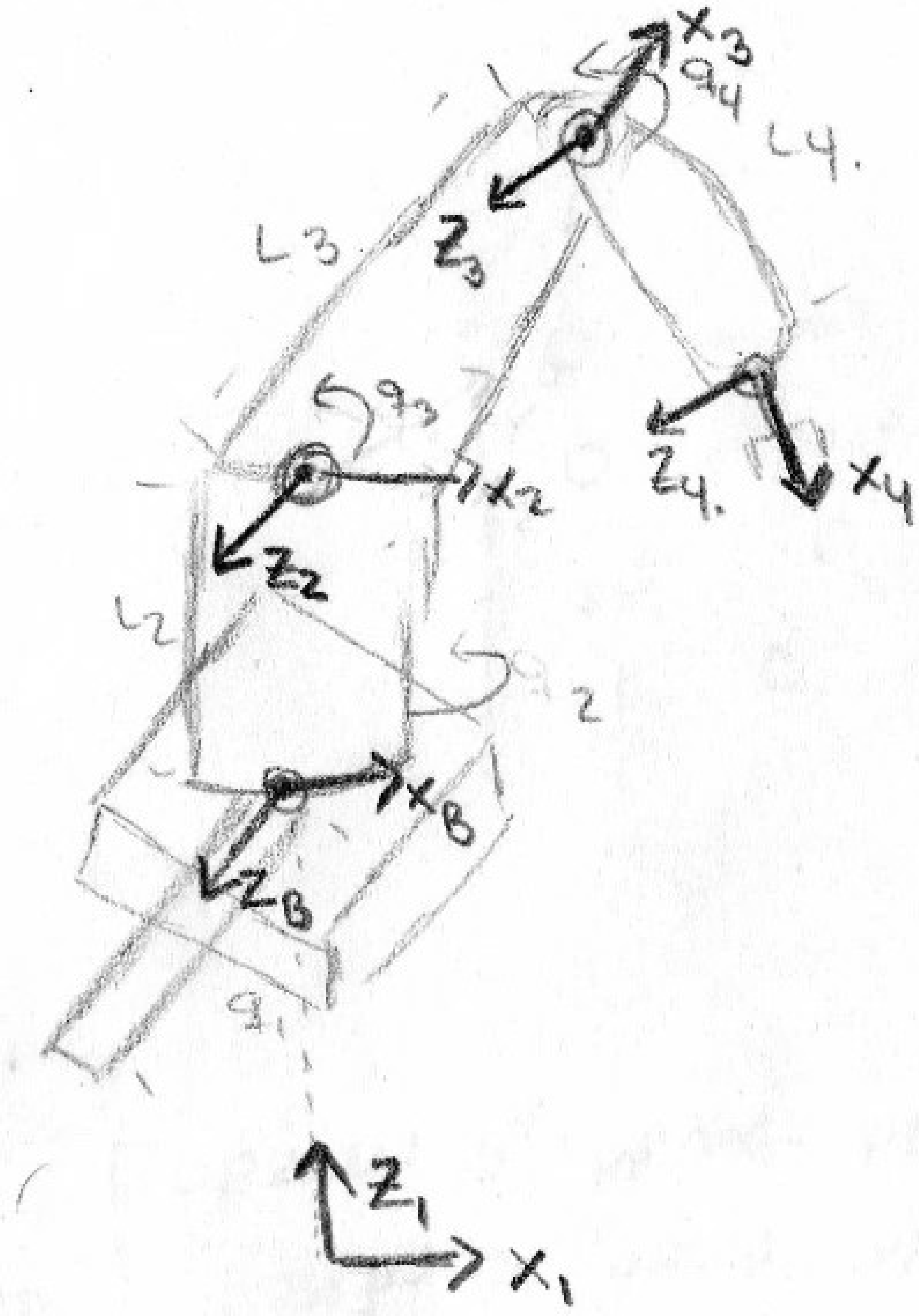
Pero nos piden:

$$A_B^R = \begin{bmatrix} (A_R^B)^T & -(A_R^B)^T \vec{O}_R^B \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(A_R^B)^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$; Por lo tanto $$A_B^R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(-(A_R^B)^T) \times O_R^B = -\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \vec{O}_B^R$$

3) Sistemas de Referencia de acuerdo a la convención.



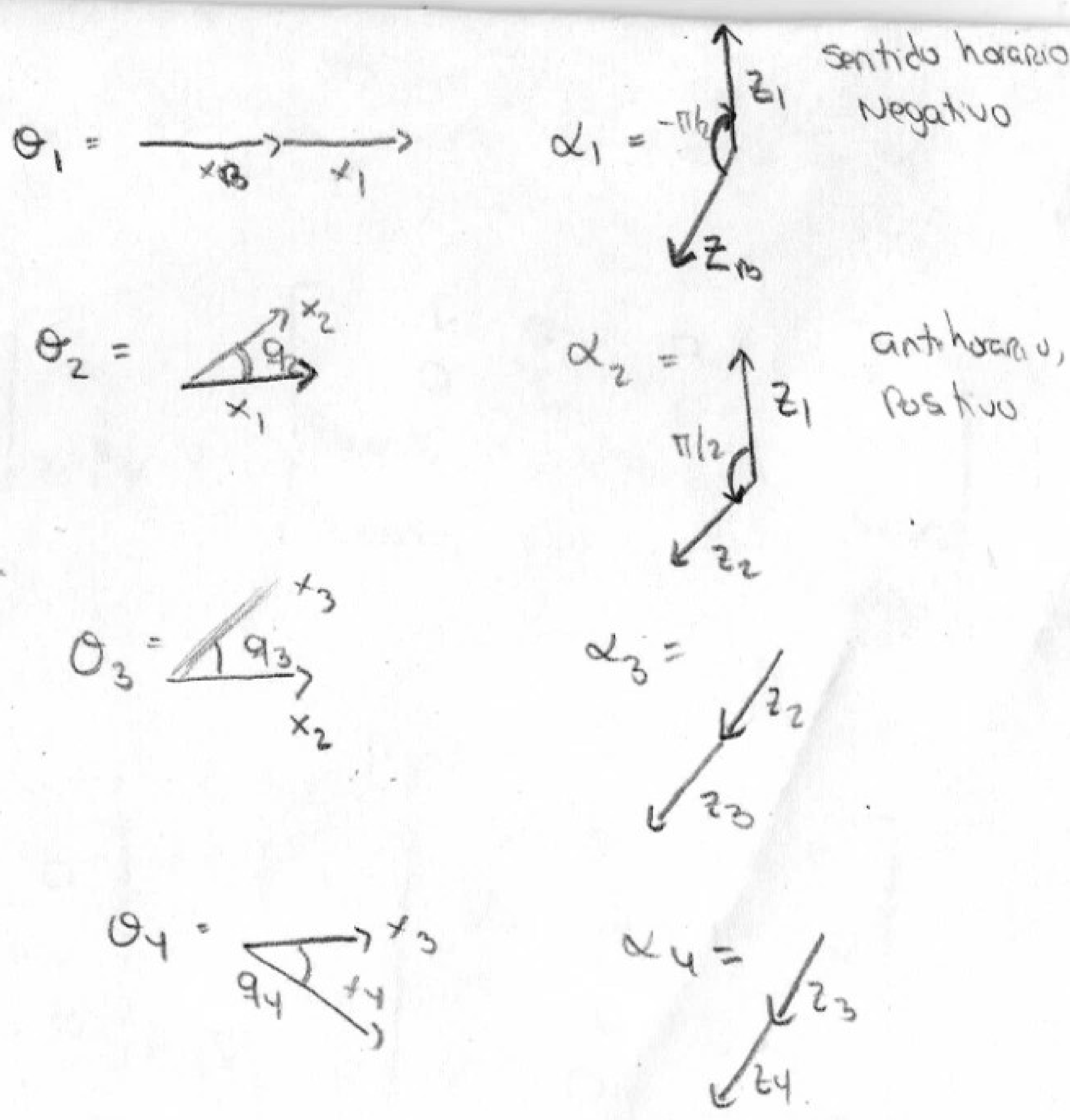
Consideraciones:

- Los ejes 'Z' se encuentran en la dirección del movimiento o de giro (Prismático o rotacional)
- Z_1 y Z_B son coplanares y se intersectan, por lo tanto X_1 es perpendicular al plano que éstos forman.
- Z_1 y Z_2 son coplanares y se intersectan, Por lo tanto X_2 es perpendicular al plano que estos forman.
- Z_2 y Z_3 son paralelos, Por lo tanto X_3 debe ser normal e intersectar a Z_2.
- En la garra, X_4 debe intersectar al 'Z_3' anterior para que cumpla con D-H.

NOTA: El sistema B y el 1 se encuentran concéntricos.

4) Parámetros D-H.

	θ	d	a	α
1	0	q_1	0	$-\pi/2$
2	q_2	L_2	0	$\pi/2$
3	q_3	0	L_3	0
4	q_4	0	L_4	0



5) Cinemática Directa. Llamemos el sistema de referencia B, como sistema entonces:

$$A_0^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & q_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad A_1^2 = \begin{bmatrix} \cos q_2 & 0 & \operatorname{sen} q_2 & 0 \\ \operatorname{sen} q_2 & 0 & -\cos q_2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$A_2^3 = \begin{bmatrix} \cos q_3 & -\operatorname{sen} q_3 & 0 & L_3 \cos q_3 \\ \operatorname{sen} q_3 & \cos q_3 & 0 & L_3 \operatorname{sen} q_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad A_3^4 = \begin{bmatrix} \cos q_4 & -\operatorname{sen} q_4 & 0 & L_4 \cos q_4 \\ \operatorname{sen} q_4 & \cos q_4 & 0 & L_4 \cos q_4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_0^4 = A_0^1 * A_1^2 * A_2^3 * A_3^4 = \text{MATLAB.}$$

```
[ cos(q2)*cos(q3)*cos(q4) - cos(q2)*sin(q3)*sin(q4), - cos(q2)*cos(q3)*sin(q4) - cos(q2)*cos(q4)*sin(q3), sin(q2),       cos(q2)*cos(q3) + (cos(q2)*cos(q3)*cos(q4))/2 - (cos(q2)*sin(q3)*sin(q4))/2]
[                 cos(q3)*sin(q4) + cos(q4)*sin(q3),                   cos(q3)*cos(q4) - sin(q3)*sin(q4),       0,                   sin(q3) + (cos(q3)*sin(q4))/2 + (cos(q4)*sin(q3))/2 + 1]
[ sin(q2)*sin(q3)*sin(q4) - cos(q3)*cos(q4)*sin(q2),   cos(q3)*sin(q2)*sin(q4) + cos(q4)*sin(q2)*sin(q3), cos(q2),  q1 - cos(q3)*sin(q2) + (sin(q2)*sin(q3)*sin(q4))/2 - (cos(q3)*cos(q4)*sin(q2))/2]
[                                                 0,                                                   0,       0,                                                                                1]
```

```
syms L1 L2 L3  L4 q1 q2 q3 q4;
A_01=[1 0 0 0;0 0 1 0;0 -1 0 q1;0 0 0 1];
A_12=[cos(q2) 0 sin(q2) 0;sin(q2) 0 -cos(q2) 0;0 1 0 L2; 0 0 0 1];
A_23=[cos(q3) -sin(q3) 0 L3*cos(q3);sin(q3) cos(q3) 0 L3*sin(q3);0 0 1 0; 0 0 0 1];
A_34=[cos(q4) -sin(q4) 0 L4*cos(q4);sin(q4) cos(q4) 0 L4*sin(q4);0 0 1 0; 0 0 0 1];

A_04=A_01*A_12*A_23*A_34;

L1= 1.8;
L2= 1.0;
L3= 1.0;
L4=0.5;
q1= q1;
q2= q2;
q3= q3;
q4=q4;
eval(A_04)
```

6) $A_A^4 = A_A^R \times A_R^B \times A_B^4$

$$A_A^4 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0.45 \\ 1 & 0 & 0 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times A_B^4$$ (calculado en matlab)

$A_A^4 =$ MATLAB.

```
[ sin(q2)*sin(q3)*sin(q4) - cos(q3)*cos(q4)*sin(q2),   cos(q3)*sin(q2)*sin(q4) + cos(q4)*sin(q2)*sin(q3), cos(q2),  q1 - cos(q3)*sin(q2) + (sin(q2)*sin(q3)*sin(q4))/2 - (cos(q3)*cos(q4)*sin(q2))/2 - 2]
[ cos(q2)*cos(q3)*cos(q4) - cos(q2)*sin(q3)*sin(q4), - cos(q2)*cos(q3)*sin(q4) - cos(q2)*cos(q4)*sin(q3), sin(q2),    cos(q2)*cos(q3) + (cos(q2)*cos(q3)*cos(q4))/2 - (cos(q2)*sin(q3)*sin(q4))/2 + 9/20]
[                   cos(q3)*sin(q4) + cos(q4)*sin(q3),                     cos(q3)*cos(q4) - sin(q3)*sin(q4),       0,                         sin(q3) + (cos(q3)*sin(q4))/2 + (cos(q4)*sin(q3))/2 + 13/10]
[                                                   0,                                                     0,       0,                                                                                   1]
```

```
syms L1 L2 L3  L4 q1 q2 q3 q4;
A_01=[1 0 0 0;0 0 1 0;0 -1 0 q1;0 0 0 1];
A_12=[cos(q2) 0 sin(q2) 0;sin(q2) 0 -cos(q2) 0;0 1 0 L2; 0 0 0 1];
A_23=[cos(q3) -sin(q3) 0 L3*cos(q3);sin(q3) cos(q3) 0 L3*sin(q3);0 0 1 0; 0 0 0 1];
A_34=[cos(q4) -sin(q4) 0 L4*cos(q4);sin(q4) cos(q4) 0 L4*sin(q4);0 0 1 0; 0 0 0 1];

A_04=A_01*A_12*A_23*A_34;

L1= 1.8;
L2= 1.0;
L3= 1.0;
L4=0.5;
q1= q1;
q2= q2;
q3= q3;
q4=q4;
eval(A_04)

A_AR=[0 1 0 -2;0 0 1 0.45;1 0 0 0.3;0 0 0 1];
A_RB=[0 1 0 0;0 0 1 0;1 0 0 0;0 0 0 1];

A_A4=A_AR*A_RB*A_04;

eval(A_A4)
```

7)

Tenemos que:

$$\vec{d}_B^{\,4} = \begin{bmatrix} \cos(q_2) * [L_4 * \cos(q_3+q_4) + L_3 \cos(q_3)] \\ L_4 \operatorname{sen}(q_3+q_4) + L_3 * \operatorname{sen} q_3 + L_2 \\ -\operatorname{sen}(q_2) [L_4 * \cos(q_3+q_4) + L_3 \cos q_3] + q_1 \end{bmatrix}$$

1) $P_x = \cos(q_2) [L_4 \cos(q_4) + L_3]$

2) $P_y = L_4 \operatorname{sen} q_4 + L_2$

3) $P_z = -\operatorname{sen} q_2 (L_4 \cos(q_4) + L_3) + q_1$

De 2, $\operatorname{sen} q_4 = \dfrac{P_y - L_2}{L_4} \Rightarrow q_4 = \operatorname{arcsen}\left(\dfrac{P_y - L_2}{L_4}\right)$ // 4.

De 1 y 4

Tenemos:

$$P_x = \cos q_2 \left[L_4 \cos\left(\operatorname{arcsen}\left(\frac{P_y - L_2}{L_4}\right)\right) + L_3 \right]$$

$$\frac{P_x}{L_4 \cos\left(\operatorname{arcsen}\left(\frac{P_y - L_2}{L_4}\right)\right) + L_3} = \cos q_2 \Rightarrow q_2 = \arccos\left(\frac{P_x}{L_4 \cos\left(\operatorname{arcsen}\left(\frac{P_y - L_2}{L_4}\right)\right) + L_3}\right) \text{ // } 5$$

tiene dos resultados porque es el coseno es una función par.

De 3, 4, 5, tenemos:

$q_1 = P_z + \operatorname{sen} q_2 [L_4 \cos q_4 + L_3]$ // donde q_2 y q_4 son conocidos por los cálculos hechos anteriormente.

tabla:

$P(x,y,z)$ m/s y $q_3=0$	$q_1(t)$	$q_2(t)$	$q_4(t)$
$P(0.96, 1.35, -0{,}46)$	0.49 $-1{,}41$	$\pm 44{,}98$	$44{,}43^\circ$
$P(0, 1.25, -1.43$	$\pm 1.43^\circ$	$\pm 90^\circ$	30°

cálculos:

$$q_4 = \arcsin\left(\frac{1.35-1}{0.5}\right) \Rightarrow q_4 = 44{,}43^\circ$$

$$q_2 = \arccos\left(\frac{0.96}{0.5\cos(44{,}43)+1}\right) \Rightarrow q_2 = 44{,}98$$

$$q_1 = -0{,}46 + \operatorname{sen}(44{,}98)\left[0.5\cos(44.43)+1\right] \Rightarrow q_1 = 0{,}49$$

$$q_1 = -0{,}46 + \operatorname{sen}(-44{,}98)\left[0.5\cos(44.43)+1\right] \qquad q_1 = -1.41$$

$$q_4 = \arcsin\left(\frac{1.25-1}{0.5}\right) = 30^\circ$$

$$q_2 = \arccos\left(\frac{0}{0.5(\cos(30))+1}\right) = \pm 90^\circ$$

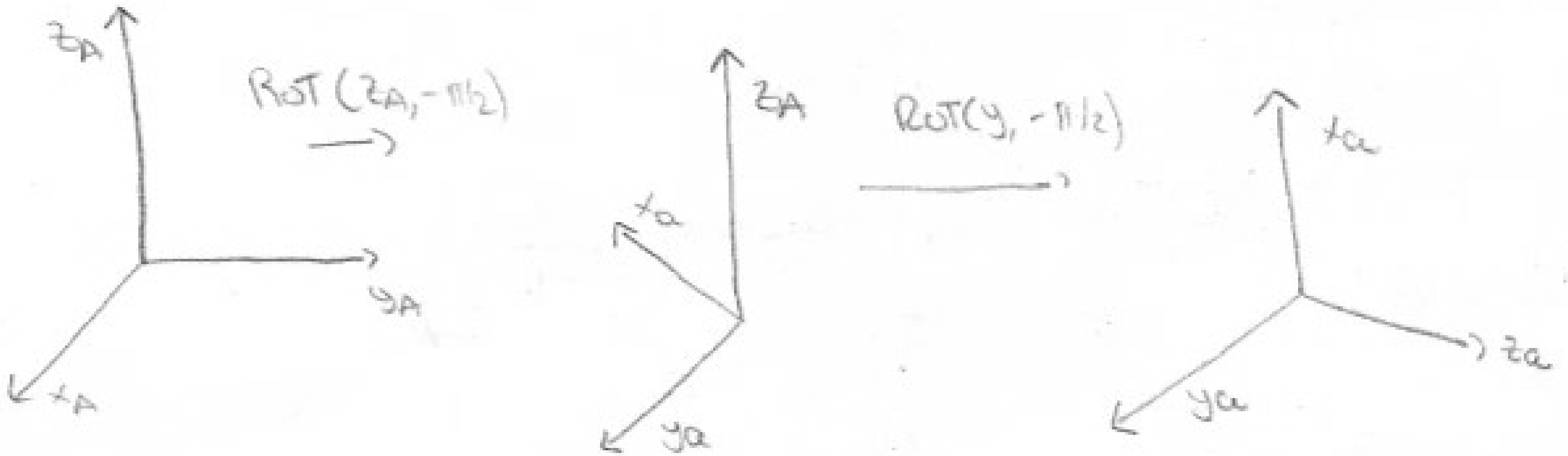
$$q_1 = \cancel{P_z} + \operatorname{sen}(90)\left[0.5\cos 30^\circ + 1\right] = 1.43$$

$$q_1 = 0 + \operatorname{sen}(-90)\left[0.5\cos 30^\circ + 1\right] = -1.43.$$

1) TRAS$(-2, 0.45, 0.30)$ ROT$(z_A, -\pi/2)$ ROT$(y_A, -\pi/2)$

$$A_A^R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 0.45 \\ 0 & 0 & 1 & 0.30 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0.45 \\ 1 & 0 & 0 & 0.3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Luego de trasladar el sistema A, hasta el R, tenemos:



Entonces